

Algebra lineal

Matrices-Taller

En el siguiente ejercicio indica si se puede multiplicar las matrices o no, y cuál es el tamaño de la matriz de la respuesta.

Matriz A	Matriz B	¿se puede multiplicar?	Tamaño de respuesta
3 x 4	4 x 5		
5 x 6	6 x 2		
5 x 3	4 x 6		
7 x 8	8 x 2		
4 x 2	3 x 4		
5 x 7	7 x 2		
3 x 1	1 x 4		
4 x 3	4 x 3		
2 x 5	5 x 4		

1. Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$, calcular si es posible:

- a) $A + B$ b) AC c) CB y $C^t B$ d) $(2A+B)C$

2. Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$, calcular si es posible:

- a) ABC b) $C^t \left(\frac{1}{2}B-A\right)$ c) A^2, B^2 y C^2

3. Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 6 & 3 \\ 0 & 9 & 5 \\ -6 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -4 & 2 \\ 3 & 5 & 7 \end{pmatrix}$, se pide:

- a) Calcular AB y BA , ¿coinciden los resultados?.
- b) Calcular $(A + B)^2$ y $A^2 + 2AB + B^2$, ¿coinciden los resultados?.
- c) Calcular $A^2 - B^2$ y $(A + B)(A - B)$, ¿coinciden los resultados?.

En cada ejercicio realiza: a) $A + B$ b) $B - A$ c) $2A + 3B$ d) $5A - 4B$

4) $A = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ -1 & 0 \end{vmatrix}$ $B = \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 6 \\ 0 & 4 \end{vmatrix}$

5) $A = \begin{vmatrix} 5 & -2 \\ 3 & 8 \end{vmatrix}$ $B = \begin{vmatrix} 6 & -3 \\ 4 & 9 \end{vmatrix}$

6) $A = \begin{vmatrix} -2 & 5 & 6 \\ -4 & 7 & -1 \\ 3 & -4 & 2 \end{vmatrix}$ $B = \begin{vmatrix} -5 & -2 & 7 \\ -3 & 4 & -8 \\ -2 & -9 & -7 \end{vmatrix}$

$$7) A = \begin{vmatrix} 3 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & 2 \end{vmatrix} \quad B = \begin{vmatrix} 0 & 2 & 1 \\ -1 & -2 & 3 \end{vmatrix}$$

$$8) A = \begin{vmatrix} 1 & 0 \end{vmatrix} \quad B = \begin{vmatrix} 0 & -1 \end{vmatrix}$$

$$9) A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -2 & -3 & -4 & -5 \\ 0 & 3 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & -2 & 0 \end{vmatrix} \quad B = \begin{vmatrix} 5 & 7 & -9 & 4 \\ 0 & 3 & 1 & -1 \\ 4 & 6 & -8 & 7 \\ 5 & 0 & 3 & 4 \end{vmatrix}$$

$$10) A = \begin{vmatrix} 0 \end{vmatrix} \quad B = \begin{vmatrix} -1 \end{vmatrix}$$

$$11) A = \begin{vmatrix} 2 & -5 \end{vmatrix} \quad B = \begin{vmatrix} 5 & 7 & 9 \end{vmatrix}$$

$$12) A = \begin{vmatrix} -5 & -3 \\ -2 & -8 \end{vmatrix} \quad B = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -7 & 3 \end{vmatrix}$$

13) De un ejemplo para cada una de las propiedades de las matrices traspuestas:

$$(A^t)^t = A \quad (A+B)^t = A^t + B^t \quad (K \cdot A)^t = K \cdot A^t \text{ con } K \in \mathbb{R} \quad (A \cdot B)^t = B^t \cdot A^t$$

14) Construir dos matrices simétricas A y B de orden 4 y comprobar que se verifican las siguientes propiedades:

1) $A+B$ es simétrica

2) kA es simétrica para cualquier $k \in \mathbb{R}$.

15) Comprobar que las matrices siguientes son antisimétricas.

$$\begin{bmatrix} 0 & 2 & -4 \\ -2 & 0 & 3 \\ 4 & -3 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 \\ -1 & 0 & 5 \\ -3 & -5 & 0 \end{bmatrix}$$

16) Comprobar si las siguientes matrices son o no ortogonales:

$$A = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} & 0 & 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} & 0 & -1/\sqrt{2} \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 10 & 0 & 1 \\ 0 & 1/2 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 2 & -2 & 0 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

17) Comprobar que las siguientes matrices cuadradas son idempotentes:

$$A = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 \\ 2/3 & 1/3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & -1/3 \\ 1/3 & 1/6 & -1/6 \\ -1/3 & -1/6 & 1/6 \end{pmatrix}$$