

Recuerde que el uso de graficadores es una herramienta útil para corroborar sus resultados.

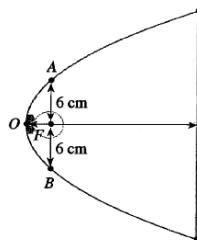
1. Determine el foco y la directriz de la parábola, y trace su gráfica.

- | | |
|---------------------------|------------------------------------|
| a) $y^2 = 4x$ | R: $/F(1, 0); x = -1$ |
| b) $x^2 = 9y$ | R: $/F(0, 9/4); y = -9/4$ |
| c) $y = 5x^2$ | R: $/F(0, 1/20); y = -1/20$ |
| d) $x = -8y^2$ | R: $/F(-1/32, 0); x = 1/32$ |
| e) $x^2 + 6y = 0$ | R: $/F(0, -3/2); y = 3/2$ |
| f) $5x + 3y^2 = 0$ | R: $/F(-5/12, 0); x = 5/12$ |
| g) $y = -2x^2$ | R: $/F(0, -1/8); y = 1/8$ |
| h) $(x - 1)^2 = 4y$ | R: $/F(1, 1); y = -1$ |
| i) $(y - 3)^2 + 8 = 2x$ | R: $/F(9/2, 3); x = 7/2$ |
| j) $(x - 4)^2 = 4(y + 3)$ | R: $/F(4, -2); y = -4$ |
| k) $y = x^2 + 4x + 6$ | R: $/F(-2, 9/4); y = 7/4$ |

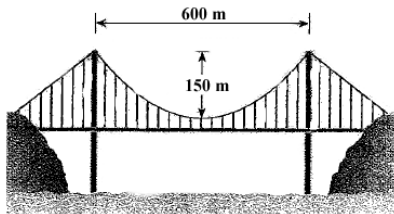
2. Deduzca una ecuación de la parábola que tiene su vértice en el origen y que cumple con la condición dada.

- | | |
|------------------------|-------------------------|
| a) $F(0, 2)$ | R: $/x^2 = 8y$ |
| b) $F(-8, 0)$ | R: $/y^2 = -32x$ |
| c) Directriz $x = 2$ | R: $/y^2 = -8x$ |
| d) Directriz $y = -10$ | R: $/x^2 = 40y$ |

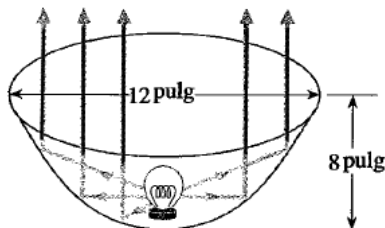
3. Una lámpara tiene un reflector parabólico, como se ve en la figura. El bulbo se coloca en el foco, y el diámetro focal es 12 cm. Deduzca la ecuación de la parábola. **R:** $/y^2 = 12x$



4. En el puente colgante de la figura, la forma de los cables de suspensión es parabólica. Las torres de apoyo, están separadas 600 metros de distancia, y el punto más bajo de los cables portadores está a 150 metros por debajo del extremo superior de las torres. Deduzca la ecuación de la parte parabólica de los cables, colocando el origen del sistema de coordenadas en el vértice.
R: $x^2 = 600y$



5. Deduzca ecuaciones de la familia de parábolas con vértice en el origen, cuyas directrices tienen ecuaciones $y = \frac{1}{2}$, $y = 1$, $y = 4$ y $y = 8$. Trace sus gráficas. **R:** $x^2 = 4py$; $P = 1/2, 1, 4$ y 8
6. Un faro buscador tiene un reflector parabólico que forma un «cuenco» de 12 pulgadas de orilla a orilla, y 8 pulgadas de profundidad, el filamento del bulbo está en el foco, ¿a qué distancia del vértice del reflector se encuentra? **R:** $\frac{9}{8}$ pulg



7. Encuentre los vértices, los focos y la gráfica de la elipse cuya ecuación se indica.

- a) $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1$ **R:** $V(\pm 4, 0), V(0, \pm 5); F(0, \pm 3)$
- b) $x^2 + \frac{y^2}{10} = 1$ **R:** $V(\pm 1, 0), V(0, \pm \sqrt{10}); F(0, \pm 3)$
- c) $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{4} = 2$ **R:** $V(\pm 4, 0), V(0, \pm 2\sqrt{2}); F(2\sqrt{2}, 0)$
- d) $4x^2 + 7y^2 = 28$ **R:** $V(\pm \sqrt{7}, 0), V(0, \pm 2); F(\pm \sqrt{3}, 0)$
- e) $\frac{(x-1)^2}{25} + \frac{(y-3)^2}{36} = 1$ **R:** $V(-4, 3), V(6, 3), V(1, -3), V(1, 9); F(1, 3 - \sqrt{11}), F(1, 3 + \sqrt{11})$
- f) $3x^2 + y^2 - 6y = 0$ **R:** $V(-\sqrt{3}, 3), V(\sqrt{3}, 3), V(0, 0), V(0, 6); F(0, 3 - \sqrt{6}), F(0, 3 + \sqrt{6})$

8. Halle el centro, los focos y los vértices de la elipse. Grafique.

- a) $12x^2 + 20y^2 - 12x + 40y - 37 = 0$ **R:** $C(1/2, -1); F(1/2 \pm \sqrt{2}, -1); V(1/2 \pm \sqrt{5}, -1)$
- b) $x^2 + 2y^2 - 3x + 4y + 0,25 = 0$ **R:** $C(3/2, -1); F(3/2 - \sqrt{2}, -1) F(3/2 + \sqrt{2}, -1); V(-1/2, -1), F(7/2, -1)$

9. Halle una ecuación de la elipse dados los datos

a) Centro: (0,0); Foco: (2,0); Vértice: (3,0). **R: /** $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$

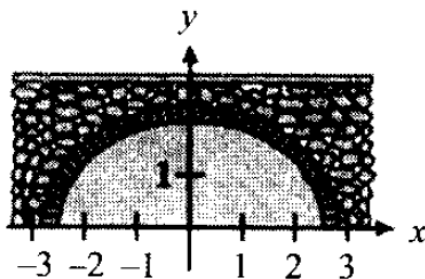
b) Vértices: (3,1) y (3,9); Longitud del eje menor: 6. **R: /** $\frac{(x-3)^2}{9} + \frac{(y-5)^2}{16} = 1$

c) Centro: (0,0); Eje mayor: Horizontal; Puntos de la elipse: (3,1), (4,0). **R: /** $\frac{x^2}{16} + \frac{7y^2}{16} = 1$

10. Se puede dibujar una elipse usando dos chinchas, una cuerda de longitud fija (mayor que la distancia entre los chinchas) y un lápiz. Si se sujetan los extremos de la cuerda a los chinchas y se mantiene tensa la cuerda con el lápiz, la trayectoria descrita por el lápiz será una elipse. Se desea construir un arco de chimenea en forma de semielipse. La abertura debe tener una altura de 2 pies en la parte central y un ancho de 5 pies en la base.

El contratista dibuja el perfil de la elipse mediante el método descrito anteriormente. ¿Dónde deberían situarse los chinchas?

R: / $F(\pm 3/2, 0)$



11. Determine los puntos de intersección de el par de elipses. Trace las gráficas de de las ecuaciones en los mismos ejes de coordenadas, e identifique los puntos de intersección. **R: /** $(0, \pm 2)$

$$4x^2 + y^2 = 4$$

$$4x^2 + 9y^2 = 36.$$

12. La Luna describe una órbita elíptica alrededor de la Tierra con el centro de la Tierra en uno de los focos. Los ejes mayor y menor de la órbita tienen longitudes de 768.806 Km y 767.746 Km. Hallar las distancias máxima y mínima (apogeo y perigeo) del centro de la Tierra al centro de la Luna. **R: /** Apogeo ≈ 404.582 Km; Perigeo ≈ 364.224 Km

13. Determine el centro, los focos, vértices y asíntotas de cada hipérbola, y trace su gráfica.

a) $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{16} = 1$ **R: /** $C(0, 0); F(\pm 2\sqrt{5}, 0); V(\pm 2, 0)$

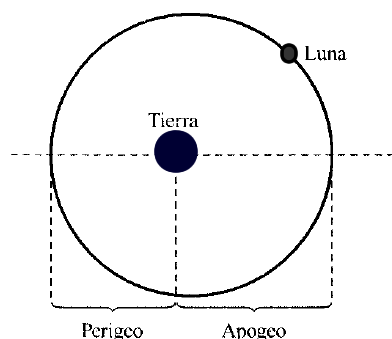
b) $y^2 - \frac{x^2}{25} = 1$ **R: /** $C(0, 0); F(0, \pm\sqrt{26}); V(0, \pm 1)$

c) $x^2 - y^2 = 1$ **R: /** $C(0, 0); F(\pm\sqrt{2}, 0); V(\pm 1, 0)$

d) $25y^2 - 9x^2 = 225$ **R: /** $C(0, 0); F(,); V(,)$

e) $x^2 - 4y^2 - 8 = 0$ **R: /** $C(0, 0); F(0, \pm\sqrt{34}); V(0, \pm 3)$

f) $4y^2 - x^2 = 1$ **R: /** $C(0, 0); F(\pm\sqrt{10}, 0); V(\pm 2\sqrt{2}, 0)$



g) $9x^2 - y^2 - 36x - 6y + 18 = 0$ **R:** $/C(1, -3); F(2 \pm \sqrt{10}, -3); V(-1, -3), V(3, -3)$

14. Hallar una ecuación de la hipérbola dadas las características

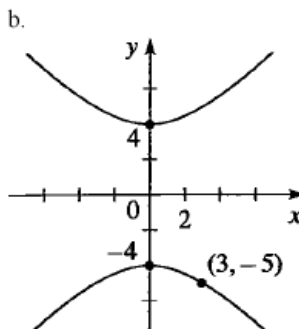
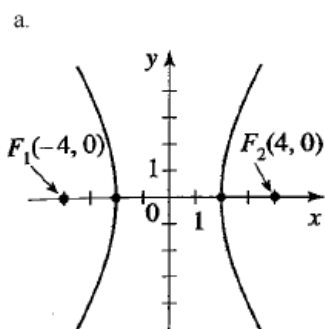
a) Vértices: $(\pm 1, 0)$; Asíntotas: $y = \pm 3x$ **R:** $/x^2 - \frac{y^2}{9} = 1$

b) Vértices: $(2, \pm 3)$; Punto de la gráfica: $(0, 5)$ **R:** $/\frac{y^2}{9} - \frac{(x-2)^2}{9/4} = 1$

c) Centro: $(0, 0)$; Vértice: $(0, 2)$; Foco: $(0, 4)$ **R:** $/\frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{12} = 1$

d) Vértices: $(0, 2), (6, 2)$; Asíntotas: $y = \frac{2}{3}x$ y $y = 4 - \frac{2}{3}x$ **R:** $/\frac{(x-3)^2}{9} - \frac{(y-2)^2}{4} = 1$

15. Deduzca la ecuación de la hipérbola según la gráfica dada.



a. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$ y b. $\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{16} = 1$

16. En las ecuaciones dadas clasificar la gráfica de cada ecuación como parábola, elipse o hipérbola.

a) $4x^2 - y^2 - 4x - 3 = 0$ **R:** $/$ Hipérbola

b) $25x^2 - 10x - 200y - 119 = 0$ **R:** $/$ Parábola

c) $y^2 - 4y = x + 5$ **R:** $/$ Parábola

d) $2x(x - y) = y(3 - y - 2x)$ **R:** $/$ Elipse

$$e) 9(x + 3)^2 = 36 - 4(y - 2)^2$$

R: / Elipse

17. Los espejos hiperbólicos (empleados en algunos telescopios) tienen la propiedad de que cada rayo dirigido a un foco se refleja hacia el otro foco. El espejo de la figura tiene ecuación $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{64} = 1$ ¿En qué punto del espejo se reflejará la luz procedente del punto (0,10) hacia el otro foco?

R: / $x \approx 6,53$ y $y \approx 3,46$

