

Cálculo 1

Taller N° 2

Derivadas

mathspace.jimdo.@gmail.com

www.mathspace.jimdo.com

Recuerde que el uso de graficadores es una herramienta útil para corroborar sus resultados.

1. Calcule la derivada de la función dada y halle la ecuación de la recta tangente a la gráfica para el valor especificado de la variable independiente. Realice un esbozo de la gráfica de la función y su tangente.

a) $f(x) = 2x^2 - 3x - 5; \quad x = 0$ R:/ $y = -3x - 5$.

b) $g(t) = \frac{2}{t}; \quad t = \frac{1}{2}$ R:/ $y = -8x + 8$.

c) $h(x) = \sqrt{x}; \quad x = 9$ R:/ $y = 1/6x + 3/2$.

2. Encuentre la pendiente de la recta tangente a la parábola $y = x^2 + 2x$ en el punto $(-3, 3)$. Grafique la parábola y la recta tangente. R:/ $m = -4$.

3. Encuentre el (los) punto(s) de la gráfica de la función dada en donde la recta tangente es horizontal:

a) $f(x) = x^2 - 8x + 5$. R:/ $(4, -11)$.

b) $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2$. R:/ $(0, 0)$ y $(1, -1/6)$.

c) $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 2$. R:/ $(-1, 7)$ y $(3, -25)$.

d) $f(x) = x^4 - 4x^3$. R:/ $(0, 0)$ y $(3, -27)$.

Si una curva $y = f(x)$ tiene tangente en uno de sus puntos $P(x_0, f(x_0))$, se denomina **recta normal** en ese punto a la recta que pasa por el punto P y es perpendicular a la recta tangente. Si la pendiente de una recta es m ($m \neq 0$), entonces una recta perpendicular a ella tiene por pendiente a la negativamente recíproca: $-\frac{1}{m}$.

4. Encuentre la ecuación de la recta normal a la gráfica de la función dada, en el punto especificado:

a) $f(x) = -x^2 + 1; \quad x = 2$ R:/ $y = \frac{1}{4}x - \frac{7}{2}$.

b) $f(x) = x^3; \quad x = 1$ R:/ $y = -\frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$.

c) $f(x) = x^4 - x; \quad x = 1$ R:/ $y = -\frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$.

5. Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} 3x^2 + 1 & x \leq 0 \\ x^3 + 1 & x > 0 \end{cases}$$

- a) ¿ f es diferenciable en $x = 0$?
b) ¿ f es continua en $x = 0$?

6. A partir de la gráfica de $f(x) = x^2 - 4x$ dibuje la gráfica de $|f(x)|$. Determine los puntos donde $|f'(x)|$ no existe. R:/ $x = 0$ y $x = 4$.
7. Halle los valores de las constantes a , b y c para los cuales las gráficas de las dos funciones $f(x) = x^2 + ax + b$ y $g(x) = x^3 + c$ se cortan en el punto $(1, 2)$ y tienen la misma tangente en dicho punto. Además encuentre la ecuación de la tangente. R:/ $a = 1$, $b = 0$ y $c = 1$.
8. Grafique la función $f(x) = x|x|$. Diga los valores para los cuales $f(x)$ es diferenciable. Encuentre una fórmula para $f'(x)$.
9. Determine constantes a , b , c y d tales que la curva $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ tenga rectas tangentes horizontales en los puntos $(0, 1)$ y $(1, 0)$. R:/ $a = 2$, $b = -3$, $c = 0$ y $d = 1$.
10. Determine el punto P de la gráfica de $f(x) = 2x^2 - 3x + 6$ en el que la pendiente de la recta tangente sea 5. R:/ $P(2, 8)$.
11. Determine el punto Q sobre la gráfica de $f(x) = x^2 - 2$ en el que la recta tangente sea $-2x + y + 3 = 0$. R:/ $Q(1, -1)$.
12. Halle el punto P de la gráfica de $f(x) = x^2 - x$ en el que la pendiente de la recta normal sea 2. R:/ $P(\frac{1}{4}, -\frac{3}{16})$.
13. Halle una ecuación de una recta tangente a la gráfica de $f(x) = x^3$ que sea perpendicular a la recta $y = -3x$. R:/ $y = \frac{1}{3}x - \frac{2}{27}$.
14. Determine un punto en cada una de las gráficas de $f(x) = x^2 + x$ y $g(x) = 2x^2 + 4x + 1$ en los que las rectas tangentes sean paralelas. R:/ $P_f(\frac{-3}{2}, \frac{3}{4})$ y $P_g(\frac{-3}{2}, \frac{-1}{2})$.