Cálculo 1

Taller N° 6

Aplicaciones de la Derivada II

mathspace.jimdo.@gmail.com www.mathspace.jimdo.com

Recuerde que el uso de graficadores es una herramienta útil para corroborar sus resultados.

1. Se inyecta aire a un globo esférico a razón de 20 ft^3/min. ¿A qué razón varía el radio cuando mide 3 ft?. **R:/** $0,18 pies/s$

2. Un cuadrado se expande con el tiempo. ¿Cómo se ralaciona la razón de aumento del área con la razón de incremento de la longitud de su lado?. **R:/** $2x\frac{dx}{dt}$

3. Un cubo se expande con el tiempo. ¿Cómo se ralaciona la razón de aumento del volumen con la razón de incremento de la longitud de su lado?. **R:/** $3x^2\frac{dx}{dt}$

4. Una mujer trota con rapidez constante de 10 km/h pasa por un punto P hacia el norte. Diez minutos más tarde un hombre que trota a razón constante de 9 km/h pasa por el mismo punto hacia el este. ¿Cuán rápido varía la distancia entre los tratadores veinte minutos después de que el hombre pasa por el punto P?. **R:/** $13,21 Km/h$

   En física la cantidad de movimiento (ímpetu o moméntum) de un cuerpo de masa m, que se mueve en línea recta con velocidad v, se define como $p = mv$.

5. Un avión de $10^5 kg$ de masa vuela en línea recta, al tiempo en que se forma hielo en los bordes delanteros de sus alas a una razón constante de $30 kg/h$.

   a) ¿Cuál es la razón de cambio de la cantidad de movimiento del avión, si vuela a 800Km/h? **R:/** $2{,}4 \times 10^4 kg \cdot Km/h^2$

   b) ¿Cuál es la razón de cambio de la cantidad de movimiento del avión cuando $t = 1h$, si en ese intante su velocidad es de $750 km/h$ y aumenta a razón de $20 km/h$? **R:/** $2{,}0225 \times 10^6 kg \cdot Km/h^2$

6. Se deja caer una piedra en un lago en calma, lo que provoca ondas y círculos. El radio r del círculo exterior está creciendo a un ritmo constante de $1 pie/s$. Cuando el radio es $4 pies$ ¿a qué ritmo está camibando el área A de la región circular perturbada? **R:/** $8\pi pies^2/s$

7. Un avión vuela a una altura de 6 millas por una trayectoria que le llevará a la vertical de una estación de radar. Si s (s denota la distancia entre el avión y la estación de radar) está decreciendo a razón de $400 millas/h$ cuando $s = 10$ millas. ¿Cuál es la velociadd del avión? **R:/** $500 millas/h$

8. Una cámara de televisión, situada a ras de suelo, está filmando el despegue de un cohete espacial, que se mueve verticalemente de acuerdo con la ecuación $S = 50t^2$, donde s mide en pies y t en segundos. La cámara dista 2.000pies del punto de lanzamiento. Calcular el ritmo de cambio del ángulo de elevación θ de la cámara diez segundos después del despegue. **R:/** $\frac{2}{29} Rad/s$

9. Determinar dos números no negativos cuya suma sea 15 tales que el producto de uno con el cuadrado del otro sea máximo. **R:/** 5 y 10

10. Encuentre dos números no negativos cuya suma sea 60 y cuyo producto sea máximo. **R:/** 30 y 30

11. Un rectángulo tiene 120 m. de perímetro. Cuáles son las medidas de los lados del rectángulo que dan el área máxima? **R:/** 30 y 30

12. El porcentaje de larvas que salen de los huevos del gusano de la manzana a una temperetura T (grados celsius) está dado por

$$H(T) = -0{,}53T^2 + 25T - 209 \qquad 15 \leq T \leq 30$$

¿A qué temperatura sale el porcentaje máximo de larvas? **R:/** 23,58°

13. La concentración de un medicamento t horas después de haber sido inyectado en el brazo de un paciente está dada por

$$C(t) = \frac{0,25t}{t^2 + 0,81}$$

¿En qué momento ocurre la máxima concentración? **R:/** $0,9 horas$

14. ¿Cuál es el punto sobre la curva $f(x) = 4 - x^2$, más cercano al punto $P(0, 2)$?
R:/ $P(\sqrt{\frac{3}{2}}, \frac{5}{2})$ y $Q(-\sqrt{\frac{3}{2}}, \frac{5}{2})$

15. Una hoja rectangular de metal con perímetro de 4m va a ser enrollada para formar la cara lateral de un recipiente cilíndrico. Encuentre las dimensiones del recipiente con el máximo volumen. **R:/** $Altura = \frac{2}{3}, Base = \frac{4}{3}$

16. En física se demuestra que cuando no se considera la resistencia del aire, el alcance horizontal R de un proyectil está dado por

$$R = \frac{v_0^2}{g} sen 2\theta \qquad 0 \leq \theta \leq \pi/2$$

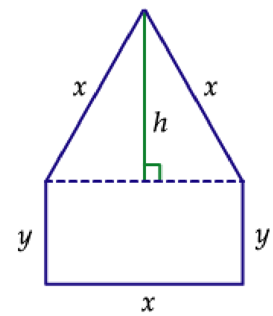
en donde, v_0 es la velocidad inicial constante, g es la aceleración de la gravedad y θ es el ángulo de elevación o de partida. Determine el valor del ángulo θ para que R determine el alcance horizontal máximo. **R:/** $\theta = \frac{\pi}{4}$

17. Un ranchero quiere bordear dos corrales rectangulares adyacentes idénticos, cada uno de $300m^2$ de área. ¿Cuáles deben se las dimensiones de cada rectángulo para que se utilice la mínima cantidad de barda? **R:/** 15 y 20

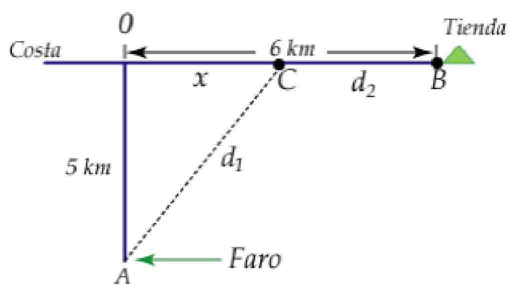
18. Un pedazo de alambre de $20cm$ de largo se corta en dos partes; una parte se dobla para formar un cuadrado y con la otra se forma una circunferencia. ¿Dónde se deberá hacer el corte para que la suma de las áreas del cuadrado y del círculo sea mínima? **R:/** $11, 2cm$

19. Un triángulo isósceles tiene un vértice en el origen, la base paralela al eje x con los extremos en la curva $12y = 36 - x^2$. Determínese las dimensiones del triángulo de área máxima. **R:/** Base $= 4\sqrt{3}$ y Altura $= 2$

20. Una ventana tiene forma de rectángulo, culminando en la parte superior con un triángulo equilátero. El perímetro de la ventana es de 3 metros. Cuál debe ser la longitud de la base del rectángulo para que la ventana tenga el área máxima?. **R:/** Base $= \frac{3}{6-\sqrt{3}}$ y Altura $= \frac{9-3\sqrt{3}}{12-2\sqrt{3}}$



21. Un faro se encuentra ubicado en un punto **A**, situado a 5 Km. del punto más cercano **O** de una costa recta. En un punto **B**, también en la costa y a 6 Km. de **O**, hay una tienda. Si el guardafaros puede remar a $2Km/h$, y puede caminar a $4Km/h$. ¿Dónde debe desembarcar en la costa, para ir del faro a la tienda en el menor tiempo posible? **R:/** C=$\sqrt{\frac{5}{3}}$



22. Un rectángulo esta acotado por los ejes y por la gráfica de $y = (6 - x)/2$ ¿Qué longitud debe tener el rectángulo para que su área sea máxima? **R:/** Base $= 3$ y Altura $= 3/2$

23. Dos postes de 12 y 28 metros de altura, distan 30 metros entre si. Hay que conectarlos mediante un cable que este atado en algún punto del suelo entre los postes. ¿En que punto ha de amarrarse al suelo con el fin de utilizar la menor longitud de cable posible? **R:/** $z = 21$m