EJERCICIOS ECUACIONES DIFERENCIALES Parte 2

En cada uno de los ejercicios establezca el orden de la ecuación diferencial ordinaria dada. Determine si la ecuación es lineal o no lineal.

1. $(1-x)y'' - 4xy' + 5y = \cos x$

2. $x\dfrac{d^3y}{dx^3} - \left(\dfrac{dy}{dx}\right)^4 + y = 0$

3. $t^5y^{(4)} - t^3y'' + 6y = 0$

4. $\dfrac{d^2u}{dr^2} + \dfrac{du}{dr} + u = \cos(r + u)$

5. $\dfrac{d^2y}{dx^2} = \sqrt{1 + \left(\dfrac{dy}{dx}\right)^2}$

6. $\dfrac{d^2R}{dt^2} = -\dfrac{k}{R^2}$

7. $(\mathrm{sen}\,\theta)y''' - (\cos\theta)y' = 2$

Compruebe que la función indicada es una solución de la ecuación diferencial dada. Suponga un intervalo de definición adecuado para cada solución.

8. $2y' + y = 0; \quad y = e^{-x/2}$

9. $\dfrac{dy}{dt} + 20y = 24; \quad y = \dfrac{6}{5} - \dfrac{6}{5}e^{-20t}$

10. $y'' - 6y' + 13y = 0; \quad y = e^{3x}\cos 2x$

11. $y'' + y = \tan x; \quad y = -(\cos x)\ln(\sec x + \tan x)$

Compruebe que la función indicada y es una solución explícita de la ecuación diferencial de primer orden dada. Considere a y simplemente como una función, dando su dominio. Después considere a y como una solución de la ecuación diferencial, dando al menos un intervalo de definición.

12. $(y - x)y' = y - x + 8, \quad y = x + 4\sqrt{x+2}$

13. $y' = 2xy^2, \quad y = \frac{1}{4-x^2}$

Compruebe que la expresión indicada es solución implícita de la ecuación diferencial dada. Encuentre al menos una solución explicita en cada caso. Use alguna aplicación para trazar gráficas para obtener la gráfica de una solución explícita. Dé un intervalo de definición de cada solución explícita.

14. $\dfrac{dX}{dt} = (X-1)(1-2X); \quad \ln\left(\dfrac{2X-1}{X-1}\right) = t$

15. $2xy\,dx + (x^2 - y)\,dy = 0; \quad -2x^2y + y^2 = 1$

Compruebe que la familia de soluciones indicada es una solución de la ecuación diferencial dada.

15. $\frac{dP}{dt} = P(1 - P); \quad P = \frac{c_1 e^t}{1 + c_1 e^t}$

16. $\frac{dy}{dx} + 2xy = 1; \quad y = e^{-x^2}\int_0^x e^{t^2}\,dt + c_1 e^{-x^2}$

17. $\frac{d^2y}{dx^2} - 4\frac{dy}{dx} + 4y = 0; \quad y = c_1 e^{2x} + c_2 x e^{2x}$

18. $x^3\frac{d^3y}{dx^3} + 2x^2\frac{d^2y}{dx^2} - x\frac{dy}{dx} + y = 12x^2;$

19. $y = c_1 x^{-1} + c_2 x + c_3 x \ln x + 4x^2$

20. Compruebe que la función definida en tramos es una solución de la ecuación diferencial $xy' - 2y = 0$ en $(-\infty, \infty)$.

$$y = \begin{cases} -x^2, & x < 0 \\ x^2, & x \geq 0 \end{cases}$$

21. Explique por qué la función definida en tramos no es una solución de la ecuación diferencial $\frac{dy}{dx} = -\frac{x}{y}$ en el intervalo $(-5, 5)$.

$$y = \begin{cases} \sqrt{25 - x^2}, & -5 < x < 0 \\ -\sqrt{25 - x^2}, & 0 \leq x < 5 \end{cases}$$

Determine los valores de m tales que la función $y = e^{mx}$ sea una solución de la ecuación diferencial dada.

22. $y' + 2y = 0$

23. $5y' = 2y$

24. $y'' - 5y' + 6y = 0$

25. $2y'' + 7y' - 4y = 0$

Compruebe que el par de funciones indicado es una solución del sistema dado de ecuaciones diferenciales en el intervalo $(-\infty, \infty)$.

26.

$$\frac{dx}{dt} = x + 3y$$

$$\frac{dy}{dt} = 5x + 3y$$

Donde

$x = e^{-2t} + 3e^{6t}$

$y = -e^{-2t} + 5e^{6t}$