EJERCICIOS ECUACIONES DIFERENCIALES Parte 1

1. En cada ejercicio hallar $\frac{\partial z}{\partial x}$ y $\frac{\partial z}{\partial y}$.

a) $z = \ln\sqrt{x^2 + y^2} = \frac{1}{2}[\ln(x-y) + \ln(x+y)]$

b) $z = e^x \cdot \frac{e^y + e^{-y}}{2} + e^x \cdot \frac{e^y - e^{-y}}{2} = e^{x+y}$

c) $z = \ln\sqrt{\frac{(x-2)^2 + y^2}{(x+2)^2 + y^2}} = \frac{1}{2}\left[\ln\left[(x-2)^2 + y^2\right] - \ln\left[(x+2)^2 + y^2\right]\right]$

2. Verificar si $z = (x^2 + y^2)\text{sen}(x^2 + y^2)$, entonces $y\frac{\partial z}{\partial x} - x\frac{\partial z}{\partial y} = 0$

3. Verificar si $z = y^2 sen\frac{x}{y}$ entonces $x\frac{\partial z}{\partial x} + y\frac{\partial z}{\partial y} = 2z$

4. Si U = sen(x – ct) + cos(x + ct), entonces:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = c^2 \cdot \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$$

(Téngase presente que: c∈ IR, constante, y además: (sen(v))'= cos(v)·v'; (cos(v))'= -sen(v)·v')

5. . Demostrar que $U = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$ es una solución de la ecuación diferencial en derivadas parciales:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = 0$$

(Téngase presente que $(\tan^{-1}(v))' = \frac{1}{1+v^2} \cdot v'$)

6. . En los siguientes problemas, utilizar la Regla de la Cadena para hallar $\frac{dz}{dt}$.

Comprobar la respuesta escribiendo z en forma explìcita como una función de t y Derivando directamente co respecto a t:

11.1 $z = x + 2y$; $x = 3t$; $y = 2t + 1$

11.1. $z = 3x^2 + xy$; $x = t + 1$; $y = 1 - 2t$

11.2. $z = \frac{y}{x}$; $x = t^2$; $y = 3t$

11.3. $z = \frac{x}{y}$; $x = 2t$; $y = t^3$

11.4. $z = \frac{x+y}{x-y}$, $x = t^3 + 1$; $y = 1 - t^3$

11.5. $z = (2x + 3y)^2$; $x = t^2$; $y = 2t$

11.6. $z = (x - y^2)^3$; $x = 2t$; $y = 3t$

11.7. $z = xy$; $x = e^t$; $y = e^{-t}$

11.8. $z = x^{\frac{1}{2}} y^{\frac{1}{3}}$; $x = e^{2t}$; $y = e^{3t}$